

# 2024年度 数理論理学

## 講義資料(0)

青戸 等人 (知能情報システムプログラム)

# 目次

- 講義の情報
- 講義の概要

# 数理論理学 講義情報 (1)

## 講義の進め方

### スライド教材あり.

講義ホームページよりダウンロード可能.

### 講義のときに用意するもの.

スライド教材, ノート, 筆記具

講義の途中で問題を解く時間をとります.

(問題を解くのにスライドの前の方のページを見る必要あり.)

### 演習問題および解答あり.

講義ホームページよりダウンロード可能.

講義と間をおかずに復習すること.

いくつかの演習問題をレポートに課します.

## 教科書・参考書

教科書：なし

参考書：

前原昭二著「記号論理入門」(日本評論社)

小野寛晰著「情報科学における論理」(日本評論社)

## その他の(英語の)参考書

定評のある参考書は前出の小野先生の本の最後を参照.

- 講義の内容に近い参考書: **Dirk van Dalen, Logic and Structure (3rd ed.), Springer-Verlag, 1991.**
- トピックも広く書き方も非常に優れた参考書(ただし, 数学書の読み方に慣れていないと難しい): **Herbert B. Enderton, A Mathematical Introduction to Logic (3rd ed.), Academic Press, 2001.**
- プログラムを使って説明している本(プログラム好きの人には良いかも): **John Harrison, Handbook of Practical Logic and Automated Reasoning, Cambridge University Press, 2009.**

## 数理論理学 講義情報 (2)

### 講義ホームページ

[http://www.nue.ie.niigata-u.ac.jp  
/~aoto/lecture/Logic/](http://www.nue.ie.niigata-u.ac.jp/~aoto/lecture/Logic/)

(講義資料や連絡など. 随時更新予定)

### オフィスアワー

後ほど, 学務情報システムから連絡.

### 成績評価の方法

- 主に**期末試験**の結果によって評価する.  
資料・ノート・参考書等持ち込み可.  
iPad, PC等の(通信可能な)機器は持ち込み不可.
- レポート 点の加点あり.

## 講義の予習と復習

- **予習**: この講義は特に予習はやらなくて結構です. その分, その前の回の復習に時間を使ってください.
- **復習**: 毎回の講義はそれ以前の講義内容の理解を前提とします. 講義について行くには, **毎回, 講義内容を余さず消化することが重要です. 不明な点は復習し, 演習問題を解いて理解を確実にしておくこと.**
- 講義のホームページに, スライド, 演習問題, 演習問題の解答を掲載します. **演習問題を解き, 答え合わせをすることで, 理解度の確認と復習をしてください. 解けなかったら, 解答を見て, 授業スライドの該当する部分を復習してから, 再度解いてみてください.**

## レポートについて

- 演習問題の中から，いくつか問題を選んで，レポート問題にします。学務情報システムでレポート課題を出しますので，期限までに，学務情報システムから，○/×等や修正を赤字で施した解答の写真をアップロードしてください。解答のチェックは，自分でやってください。
- 演習の出来/不出来は，成績評価に入れません。演習は試験ではないので，間違えて結構です。出来ているかのように見せる必要は全くありません。もしまったく出来なかない場合は，答えを見て結構です。授業の該当箇所を復習した後で，再度(答えを見ずに)解いてください。

# 目次

- 講義の情報
- 講義の概要

# 数理論理学 講義概要

## 講義のねらい

数理論理学は、情報分野全般における数学的・理論的な思考技術の基本として、更にまた、ソフトウェア科学/計算論/人工知能分野等における基礎として重要である。このような観点から、数理論理学の基礎を修得することを目的とする。

## 講義の概要

数理論理学の基本である命題論理および述語論理について、構文論と意味論を紹介する。具体的には,... などについて講義する。

# 数理論理学 講義計画

- 命題論理の意味論
- 命題論理式の同値変形
- 帰納的定義
- 命題論理における自然演繹法
- 命題論理における健全性と完全性
- 述語論理式の同値変形
- 述語論理における自然演繹法
- 形式的証明と数学的論証の対応
- 第一階述語論理の意味論
- 述語論理における健全性と完全性

最も応用範囲が広く，最も基本的な数理論理学の基礎を身につける。

(補足) 論理学は先端的な研究で応用されていないの？

いくつかの主要な応用を挙げる：

## (1) SAT/SMTソルバー

計算困難な論理式の充足可能性を高速に解くソフトウェア。高速に解けるとは限らないが、実は、人間が解きたい問題はかなり高速に解けることが多い。さまざまな問題を、論理式等でエンコードして、**SAT/SMTソルバー**を用いることで、解を高速に発見することができる。

## (2) 対話的証明器

数学の証明を形式的に記述するソフトウェア。今まで人間の手で書かれていた証明では大幅に省略されるが、これを計算機上で厳密に(プログラムのように)記述。バグのな

い証明が可能になるばかりでなく，推論システムの出力検証やユーザー本位の定理証明への応用など．

### (3) プログラム検証

プログラムの検証のための論理として，ホーア論理や分離論理など，さまざまな論理が提案されている．そのような論理は，基本的な論理の拡張として与えられることが多い．証明は，「プログラムが与えられた仕様を満たしていること」の証明になり，どのような入力に対してもソフトウェアが仕様通りに動作することを保証する．安全性が極めて大事なソフトウェアにおける検証など．

### (4) モデルチェッカー

ソフトウェアのバグを見つけるのにさまざまな入力を試

すのではなく，どのように動作して欲しいか(仕様)を論理を用いて記述し，プログラムの入力や実行を抽象化することでモデルを構築し，モデルが仕様を満たすかを検査することで，あらゆる入力や動作で(その仕様について)問題がないかどうかを判定する．

情報 + 論理 を背景としたアプローチは，*Logic in Computer Science* とよばれており，情報科学／情報工学の基本的な分野の重要な柱の1つ．

## 特別講義の案内

日時： 12月16日(月)5限

会場： 工学部205講義室

タイトル： プログラムの「正しさ」を証明する！  
プログラム検証入門

講師： 木村大輔 准教授(東邦大学)

対象： 知能情報システムプログラム2～4年生

概要： 本講演では，形式体系を用いたプログラム検証の入門的な内容を紹介する．プログラム検証とは，作成したプログラムがプログラマの意図通りに「正しい」ことを数学的に証明することである．講演の前半では，**while** プログラムの「正しさ」を証明するための形式体系ホーア論理について概説する．後半では分離論理を紹介する．分離論理は，ポインタによるメモリアクセス機構をもつ **while** プログラム (ポインタプログラム) に関するプログラム検証のための形式的体系である．時間に余裕があれば，近年活発に研究されている分離論理に基づくポインタプログラムの全自動メモリエラーチェックの話題についても触れる．