

2021 年度 数理論理学 復習問題 (12)

問題 1 代入 σ を $\sigma = [x := g(z), y := a]$ とおくとき, 以下を求めよ.

- (1) $\sigma(P(x, y))$
- (2) $\sigma|_x(P(x, y))$
- (3) $\sigma(\exists x P(x, y))$
- (4) $\sigma(\forall z P(x, z))$

問題 2 代入 σ と述語論理式 A を以下のようにとるとき, $\sigma(A)$ を計算せよ.

- (1) $\sigma = [x := y], A = \forall x P(x, y, z)$
- (2) $\sigma = [y := z], A = \forall x P(x, y, z)$
- (3) $\sigma = [z := x], A = \forall x P(x, y, z)$

問題 3 代入 σ と述語論理式 A を以下のようにとるとき, $\sigma(A)$ を計算せよ.

- (1) $\sigma = [y := f(z)], A = \forall x P(x, y, z)$
- (2) $\sigma = [y := f(z)], A = \forall y P(x, y, z)$
- (3) $\sigma = [y := f(z)], A = \forall z P(x, y, z)$

問題 4

- (1) 代入 σ を $\sigma = [z := g(y)]$ とするとき, 述語論理式 $\sigma(\forall x \forall y P(x, y, z))$ を求めよ.
- (2) 代入 σ を $\sigma = [z := y]$ とするとき, 述語論理式 $\sigma(\exists x (Q(x, y, z) \wedge \exists y Q(x, y, z)))$ を求めよ.

問題 5

- (1) $[x := a](A) = \exists y P(a, a, y)$ を満たす述語論理式 A を全て記せ.
- (2) $[x := a](A) = P(a, y) \wedge P(y, a)$ を満たす述語論理式 A を全て記せ.

2021 年度 数理論理学 復習問題解答 (12)

問題 1

- (1) $P(g(z), a)$
- (2) $P(x, a)$
- (3) $\exists x P(x, a)$
- (4) $\forall w P(g(z), w)$
- (4) の w は, x, z 以外の他の変数を用いてもよい.

問題 2

- (1) $\forall x P(x, y, z)$
- (2) $\forall x P(x, z, z)$
- (3) $\forall w P(w, y, x)$
- (3) の w は, x, y, z 以外の他の変数を用いてもよい.

問題 3

- (1) $\forall x P(x, f(z), z)$
- (2) $\forall y P(x, y, z)$
- (3) $\forall w P(x, f(z), w)$
- (3) の w は, x, y, z 以外の他の変数を用いてもよい.

問題 4

- (1) $\forall x \forall w P(x, w, g(y))$ (2) $\exists x (Q(x, y, y) \wedge \exists w Q(x, w, y))$

問題 5

- (1) $\exists y P(a, a, y), \exists y P(x, a, y), \exists y P(a, x, y), \exists y P(x, x, y)$
- (2) $P(a, y) \wedge P(y, a), P(x, y) \wedge P(y, a), P(a, y) \wedge P(y, x), P(x, y) \wedge P(y, x)$